

DOI: 10.16285/j.rsm.2019.0519

基于多态模糊贝叶斯网络的地铁车站 深基坑坍塌可能性评价

王成汤^{1,2}, 王 浩¹, 覃卫民¹, 钟国强³, 陈 舞^{1,2}

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 山东省交通规划设计院, 山东 济南 250031)

摘 要: 针对地铁车站深基坑施工风险因素多、坍塌事故多发, 且传统方法在多态性以及精确概率难以获取的复杂系统风险分析方面存在一定的局限性, 提出了一种基于多态模糊贝叶斯网络的深基坑坍塌可能性评价方法。该方法根据建立的风险分析故障树来构建多态贝叶斯网络模型; 利用模糊数描述根节点的故障状态和发生概率, 克服了不能考虑事件中间故障状态对系统的影响以及精确概率难以获取的问题。基于贝叶斯网络正向推理实现了用根节点的模糊概率和施工中实际故障状态两种不同的方式计算基坑坍塌风险发生的概率, 从而可以实现基坑施工过程中的实时动态风险分析, 而且可以根据敏感性分析结果辨识关键致险因子以指导风险控制工作, 同时可以通过反向推理获得各根节点的后验概率以进行故障诊断及进一步预测系统状态。实例分析表明: 该方法能够科学、合理地评价基坑坍塌风险并确定关键致险因子, 可作为基坑施工安全风险管理的决策工具。

关 键 词: 车站; 深基坑; 模糊贝叶斯网络; 多态系统; 坍塌可能性; 模糊失效率

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2020) 05—1670—11

Evaluation of collapse possibility of deep foundation pits in metro stations based on multi-state fuzzy Bayesian networks

WANG Cheng-tang^{1,2}, WANG Hao¹, QIN Wei-min¹, ZHONG Guo-qiang³, CHEN Wu^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. Shandong Provincial Communication Planning and Design Institute, Jinan, Shandong 250031, China)

Abstract: Many construction risk factors and frequent collapse accidents are associated with deep foundation pits in metro stations, and there are limitations for the traditional methods to conduct risk analysis of such complex systems with multiple states. In this study, a method for evaluation of collapse possibility of deep foundation pit collapse based on multi-state fuzzy Bayesian network is proposed. The multi-state Bayesian network model was constructed via fault tree transformation, and fuzzy numbers were used to describe the fault state and the failure rate of root nodes, which overcomes the problem that the traditional methods cannot consider the influence of intermediate fault states and are difficult to obtain the accurate failure rate. Based on the forward reasoning of Bayesian network, the risk probability of foundation pit collapse can be calculated in two different ways including the fuzzy probability of root nodes and the actual fault state in construction. As a result, a real-time dynamic risk analysis during foundation pit construction can be achieved. Furthermore, the key risk factors can be identified for the guidance of risk control according to the sensitivity analysis results. In addition, the posterior probability of each root node can be obtained by backward reasoning to carry out fault diagnosis and further predict the system state. Two case studies show that the proposed method can scientifically and reasonably evaluate the collapse risk of foundation pit and determine the key risk factors, which can be used as a decision-making tool for safety risk management of foundation pit construction.

Keywords: metro station; deep foundation pit; fuzzy Bayesian networks; multi-state system; collapse possibility; fuzzy failure rate

收稿日期: 2019-03-14

修回日期: 2019-09-09

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No. 41672314, No. 41472288); 国家重点研发计划 (No. 2017YFC1501304)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41672314, 41472288) and the Key R & D Program of China (2017YFC1501304).

第一作者简介: 王成汤, 男, 1992 年生, 博士研究生, 主要从事岩土力学与工程方面的研究。E-mail: 1004808156@qq.com

通讯作者: 王浩, 男, 1972 年生, 博士, 研究员, 主要从事岩土工程监测、数据建模、风险分析和相关软件开发方面的研究工作。

E-mail: hwang@whrsm.ac.cn

1 引言

随着城市化进程的加快, 地铁已成为缓解城市拥挤地区地面交通压力的首选解决方案。随之涌现的地铁车站基坑工程也逐渐呈现出了“深、大、近、难”的特征, 使得基坑施工过程中所涉及的风险因素增多, 基坑坍塌事故时有发生, 造成了巨大的经济损失和不良的社会影响^[1-2]。因此, 很有必要对基坑施工过程中的坍塌风险进行预测和分析, 这对减小坍塌事故的发生具有重大现实和指导意义。

近几十年来, 国内外在概率风险分析研究基础上发展并得到了各种风险评价方法, 如故障树分析法、事件树分析法、风险矩阵法、蒙特卡洛法等, 在地下工程安全风险管理方面发挥了重要作用^[3-4]。然而, 由于概率方法分析结果的可靠性严重依赖于输入风险数据的有效性和准确性, 而实际工程中由于风险的高度不确定性导致满足概率方法建模的统计数据很难获取或是根本不存在。因此, 采用以上方法往往难以得到令人满意的结果。近年来, 结合模糊理论而发展起来的模糊风险分析方法在一定程度上克服了传统概率方法的不足, 并在岩土工程风险评价方面得到了广泛的应用^[5-6], 然而模糊风险分析方法在系统风险反向推理、多源信息融合与表达及动态风险分析等方面依然存在一定的局限性。

基于概率论和图论的贝叶斯网络 (Bayesian networks, 简称 BN) 天生具有表达和分析不确定性信息的能力, 同时在事件多态性和逻辑关系描述、推理计算等方面具有一定的优势, 且其所具有的概率更新和反向推理特征是上述方法所不具备的。目前已在 大坝可靠性分析^[7]、隧道工程风险分析^[8]、基坑工程风险评估^[9-10]等方面得到了成功应用。尽管 BN 方法具备以上诸多优点, 但是受传统概率方法的影响, 仍存在基于精确概率进行不确定性推理的局限性^[11]。

鉴于模糊理论和 BN 方法的优越性及互补性, 已有学者将两者进行互补融合并用于风险评估与管理中。陆莹等^[12]基于模糊理论和贝叶斯网络对地铁运营中的火灾风险进行预测, 取得了良好的效果, 但该研究仅针对二态系统而言, 实际工程中大多系统均为多态系统。陈东宁等^[13]综合考虑故障状态的模糊性和系统多态性, 提出了一种改进的模糊 BN 可靠性分析方法并成功应用到载重车液压系统中, 但该研究并没有对部件故障率的模糊性进行完善处理。文献^[14-15]分别将多态模糊 BN 应用到与隧道施工相关的安全风险分析中, 均取得了不错的效果。

相比之下, 在地铁基坑坍塌可能性评价方面未见有关多态模糊 BN 的文献报导。

基于模糊 BN 的风险分析方法能够有效地进行施工过程中的风险分析与管理, 但以上研究仍存在以下不足: ①基于专家调查法所获得的数据未能进行有效处理, 其可靠性往往难以保证; ②未考虑结合施工过程中风险事件的实际故障状态开展实时动态安全风险分析。

鉴于模糊贝叶斯网络的优越性, 以及目前应用中存在的不足, 本文提出了一种新的基于多态模糊 BN 的地铁车站深基坑坍塌可能性评价方法。首先在构建基坑坍塌故障树的基础上, 通过故障树转化的方法构造相应的 BN 模型; 其次, 采用专家调查法获取 BN 模型根节点先验概率和其他节点条件概率参数表, 并基于相似性聚合方法 (similarity aggregation method, SAM) 实现专家不同观点的一致性以降低主观性的影响; 然后基于 BN 的双向推理计算和敏感性分析能力计算基坑坍塌风险发生概率以及辨识关键致险因子, 同时进行事故致因诊断; 最后结合两个工程实例进行分析计算以验证该方法的适用性及合理性。

2 多态模糊贝叶斯网络模型

2.1 贝叶斯网络

BN 是一种基于有向无环图 (directed acyclic graph, 简称 DAG) 的概率模型, 是表达不确定性知识和进行推理的有力工具^[16]。一个具有 n 个节点的 BN 可用 $N = [(X, E), P]$ 表示, 其中 (X, E) 表示有向无环图, X 为 DAG 中所有节点的集合, 即 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$; E 为节点间的有向边的集合, 代表了节点变量之间的关联关系; P 表示一个与每个节点相关的条件概率分布 (conditional probability table, 简称 CPT), CPT 表示了节点之间的逻辑关系。

假设 A 为具有 n 个状态 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的多态变量, 则由全概率公式可以得出:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B | A = a_i) P(A = a_i) \quad (1)$$

当 BN 有多个节点 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 时, 根据链式法则, 联合概率分布为

$$P(X) = P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | P_{a_i}) \quad (2)$$

式中: P_{a_i} 为节点 x_i 的父代节点集合。

2.2 多态模糊 BN 节点的描述

2.2.1 节点故障状态描述

传统的二态系统仅将节点考虑为“正常”和

“失效”两种状态,这与实际中节点往往具有多种故障状态模式不符。因而本文采用分布在 $[0,1]$ 上的模糊数来表示节点所具有的多种故障状态。例如可以分别用模糊数 0、0.5、1.0 将节点故障程度描述为无故障、轻度故障和完全故障 3 种故障状态。

假设 BN 根节点为 $x_i (i=1,2,\dots,n)$, 中间节点为 $y_j (j=1,2,\dots,m)$, 叶节点为 T , 并且根节点、中间节点和叶节点的故障状态所对应的模糊数分别为 $x_i^{a_i} (a_i=1,2,\dots,k_i)$ 、 $y_j^{b_j} (b_j=1,2,\dots,\eta_j)$ 和 $T_q (q=1,2,\dots,\xi)$, 其中 k_i 、 η_j 和 ξ 分别对应节点的故障状态个数。为使用方便,且不失一般性,选用图 1 所示梯形隶属函数 $\tilde{M}=(m_0, s_l, f_l, s_r, f_r)$ 来描述节点的故障状态。

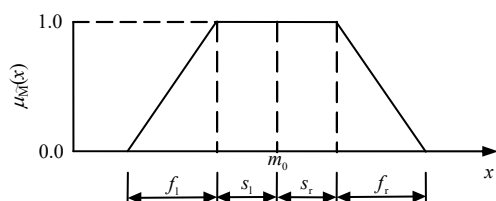


图 1 模糊数梯形隶属函数

Fig.1 Trapezoid membership function of fuzzy numbers

由图 1 可知:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < m_0 - s_l - f_l; \\ \frac{x - (m_0 - s_l - f_l)}{f_l}, & m_0 - s_l - f_l \leq x < m_0 - s_l; \\ 1, & m_0 - s_l \leq x < m_0 + s_r; \\ \frac{(m_0 + s_r + f_r) - x}{f_r}, & m_0 + s_r \leq x < m_0 + s_r + f_r; \\ 0, & m_0 + s_r + f_r \leq x; \end{cases} \quad (3)$$

式中: m_0 为模糊数支撑集的中心; s_l 和 s_r 为左、右支撑半径; f_l 和 f_r 为左、右模糊区。显然, 当 $s_l = s_r = 0$ 时, 梯形隶属函数变为三角形函数; 当 f_l 和 f_r 也为 0 时, 模糊数变为确定数。

2.2.2 节点故障概率描述

传统 BN 的推理分析依赖于节点的精确故障概率, 而精确概率的获取需要基于大量失效历史数据统计得到。然而, 对许多根节点来说, 可供参考的历史数据较少甚至可能没有, 尤其是对于重大岩土工程施工问题来说, 其历史事故数据更难获取。为此, 本文采用模糊子集来描述根节点各故障状态下的故障概率, 为便于计算, 这里采用三角形隶属函数, 如图 2 所示。

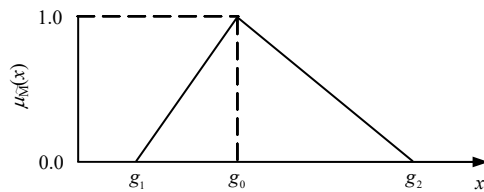


图 2 三角形隶属函数

Fig.2 Triangular membership function

节点 x_i 故障状态为 $x_i^{a_i}$ 的故障概率模糊子集可以用 $\tilde{F}(x_i^{a_i})$ 表示, 即

$$\tilde{F}(x_i^{a_i}) = \{g_1, g_0, g_2\} \quad (4)$$

式中: g_0 为模糊子集的中心; g_1 和 g_2 分别为模糊子集的下限值和上限值。当 $g_1 = g_0 = g_2$ 时, 模糊子集变为精确值, 是根节点各故障状态下的故障概率模糊子集的一种特殊形式。因而, 采用模糊子集来描述节点各故障状态下的故障概率更具一般性。

3 基于多态模糊 BN 的基坑坍塌可能性评价流程

使用基于多态模糊 BN 模型对地铁车站深基坑进行坍塌可能性评价技术路线如图 3 所示。具体应用步骤见 3.1~3.5 节。

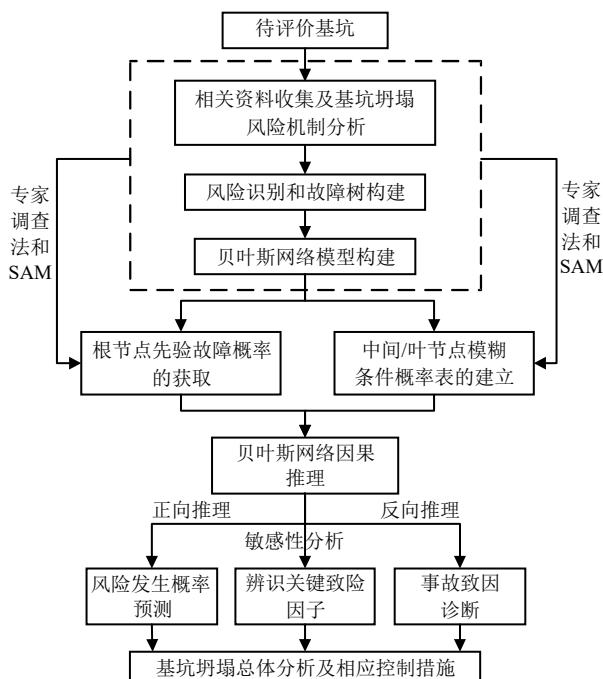


图 3 基于多态模糊 BN 的基坑坍塌可能性评价流程

Fig.3 Evaluation process of foundation pit collapse possibility based on multi-state fuzzy Bayesian networks

3.1 基于故障树的 BN 构造

由于 BN 模型的构建比较繁琐, 且基于故障树

(fault tree, 简称 FT) 转化的方式构造 BN 既能够充分利用故障树对风险因子识别的能力, 又能够结合贝叶斯网络在推理计算方面的诸多优点, 因而本文采用 FT 向 BN 转化的方法来构造多态模糊 BN 模型^[17]。具体分为两步: ①确定多态模糊 BN 的有向无环图; 首先将 FT 中的底事件、中间事件、顶事件分别表达为多态模糊 BN 的根节点、中间节点和叶节点, 当 FT 中存在多个相同的事件时, 在多态模糊 BN 中只需建立一个节点, 然后根据 FT 中布尔逻辑门所表达的事件间的关系连接多态模糊 BN 中相应的节点。其中, 有向边的方向需要与 FT 中逻辑门的输入输出关系保持一致。②确定多态模糊 BN 的条件概率参数, 包括根节点的先验概率和其他节点的 CPT, 具体过程见 3.2 和 3.3 节所述。

3.2 根节点先验故障概率的获取

3.2.1 专家评判意见模糊化

BN 推理分析依赖于对根节点先验故障概率的精确求解, 当因缺乏实际数据而无法精确获得事件各状态概率的条件下, 往往需要通过专家启发的方式借助专家知识和实际经验获得。为了建立专家的语言变量与模糊数的对应关系, 引入{非常低(VL), 低(L), 偏低(ML), 中等(M), 偏高(MH), 高(H), 非常高(VH)} 7 个语言变量^[18]。7 个语言变量所对应的隶属函数以及三角模糊数分别见图 4 和表 1。

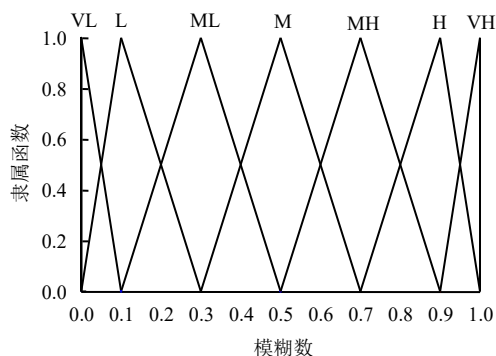


图4 表示自然语言的模糊数

Fig.4 Fuzzy number representing natural language

表1 事件发生概率语义值及相应的三角模糊数

Table 1 Semantic values of event occurrence probability and corresponding triangular fuzzy numbers

序号	语义值	三角模糊数
1	VL	(0, 0, 0.1)
2	L	(0, 0.1, 0.3)
3	ML	(0.1, 0.3, 0.5)
4	M	(0.3, 0.5, 0.7)
5	MH	(0.5, 0.7, 0.9)
6	H	(0.7, 0.9, 1.0)
7	VH	(0.9, 1.0, 1.0)

3.2.2 专家模糊评判的合成

为了更加准确地利用模糊数来描述事件的发生可能性, 需要听取多位专家的意见并将其适当的整合。由于个人经验和知识的差异, 不同专家对于相同的基本事件可能会表达不同的看法, 为了实现专家不同观点的一致性, 同时降低单个专家主观性的影响, 本文基于 SAM 方法来处理专家模糊意见。具体步骤如下^[19]。

(1) 假设每个专家 $E_k (k=1, 2, \dots, \lambda)$ 对任一待评价事件给出他们的评判语义值, 并根据图 4 和表 1 中语义值与三角模糊数对应关系将其转换成相应的标准模糊数。

(2) 计算任意两个专家 $E_u (u=1, 2, \dots, \lambda)$ 和 $E_v (v=1, 2, \dots, \lambda)$ 的意见 $\tilde{R}_u = (r_{u1}, r_{u2}, r_{u3})$ 和 $\tilde{R}_v = (r_{v1}, r_{v2}, r_{v3})$ 的相似度 $S(\tilde{R}_u, \tilde{R}_v)$ 。

$$S(\tilde{R}_u, \tilde{R}_v) = 1 - \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 |r_{ui} - r_{vi}| \quad (5)$$

式中: λ 为专家总人数; $S(\tilde{R}_u, \tilde{R}_v) \in [0, 1]$ 是相似函数, $\tilde{R}_u$ 和 $\tilde{R}_v$ 分别表示专家 E_u 和 E_v 的意见, 为两个标准三角形模糊数。

(3) 计算专家的平均一致性测度 $AA(E_u)$:

$$AA(E_u) = \frac{1}{\lambda - 1} \sum_{\substack{u \neq v \\ v=1}}^{\lambda} S(\tilde{R}_u, \tilde{R}_v) \quad (6)$$

(4) 计算每个专家的相对一致性测度 $RA(E_u)$:

$$RA(E_u) = \frac{AA(E_u)}{\sum_{u=1}^{\lambda} AA(E_u)} \quad (7)$$

(5) 计算专家一致性系数 $CC(E_u)$:

$$CC(E_u) = \beta \cdot w(E_u) + (1 - \beta) \cdot RA(E_u) \quad (8)$$

式中: $w(E_u)$ 为每个专家的权重, 具体取值依据文献[20], 此处为归一化之后的权重; β 为松弛因子, 显示了专家权重 $w(E_u)$ 相对 $RA(E_u)$ 的重要性。当 $\beta = 0$ 时, 表示没有考虑专家的权重; 当 $\beta = 1$ 时, 意味着专家一致性测度与专家权重相同。 β 建议值为 0.5, 本文取 $\beta = 0.5$ 计算专家的一致性系数。

(6) 最后, 可以由下式计算得到模糊意见的聚合结果 $\tilde{R}_{AG}$:

$$\tilde{R}_{AG} = CC(E_1) \cdot \tilde{R}_1 + CC(E_2) \cdot \tilde{R}_2 + \dots + CC(E_{\lambda}) \cdot \tilde{R}_{\lambda} \quad (9)$$

3.2.3 将模糊数转化为模糊可能性分数

通过以上方法将专家调查结果处理后得到的

$\tilde{R}_{AG}$ 仍然为一个三角形模糊数, 代入 BN 推理计算得到的结果也将为一个模糊数。为了确定各状态之间的故障概率大小关系, 需要将其进行去模糊化处理。为此, 本文采用“均值面积法”^[21]将其转化为模糊可能性分数 (fuzzy possibility scores, FPS), FPS 值反映了专家对该事件最可能失效的信任度, 具体计算见下式:

$$\text{FPS} = \frac{g_1 + 2g_0 + g_2}{4} \quad (10)$$

3.2.4 将模糊可能性分数转化为失效率

由于通过专家语义评判并经聚合处理、去模糊处理之后所得到数值为事件的发生可能性, 为了与常规的事件故障概率兼容, 本文依据下式将 FPS 转化为模糊失效率 (fuzzy failure rate, 简称 FFR)^[22], 即事件故障概率。

$$\text{FFR} = \begin{cases} 1/10^K, & \text{FPS} \neq 0 \\ 0, & \text{FPS} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$K = 2.301 \times [(1 - \text{FPS}) / \text{FPS}]^{1/3} \quad (12)$$

$$P(T = T_q) = \sum_{x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_m} P(x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_m; T = T_q) = \sum_{\lambda(T)} P[T = T_q | \lambda(T)] \times \sum_{\lambda(y_1)} P[y_1 | \lambda(y_1)] \times \sum_{\lambda(y_2)} P[y_2 | \lambda(y_2)] \times \dots \times \sum_{\lambda(y_m)} P[y_m | \lambda(y_m)] \times P(x_1^{a_1}) \times P(x_2^{a_2}) \times \dots \times P(x_n^{a_n}) \quad (13)$$

式中: $\lambda(T)$ 和 $\lambda(y_j)$ 分别为叶节点 T 和中间节点 y_j 的父节点集合; $P(x_i^{a_i})$ 为根节点 x_i 故障状态为 $x_i^{a_i}$ 的故障概率。

$$P(T = T_q) = \sum_{x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_m} P(x_1', x_2', \dots, x_n'; y_1, y_2, \dots, y_m; T = T_q) = \sum_{\lambda(T)} P(T = T_q | \lambda(T)) \times \sum_{\lambda(y_1)} P(y_1 | \lambda(y_1)) \times \sum_{\lambda(y_2)} P[y_2 | \lambda(y_2)] \times \dots \times \sum_{\lambda(y_m)} P[y_m | \lambda(y_m)] \mu_{x_1^{a_1}}(x_1') \mu_{x_2^{a_2}}(x_2') \times \dots \times \mu_{x_n^{a_n}}(x_n') \quad (14)$$

式中: $\mu_{x_i^{a_i}}(x_i')$ ($i=1, 2, \dots, n$) 为根节点 x_i 当前故障状态 x_i' 隶属于贝叶斯网络条件概率表根节点故障状态的隶属度。

3.5 敏感性分析辨识关键致险因子

重要度描述了根节点发生故障时对叶节点的影响程度, 重要度的大小能够反映风险因素的敏感性。关键重要度反映了基本事件发生概率的变化率与由它引起的顶事件的发生概率的变化率, 能够用于系统可靠性参数设计和故障排查, 因此本文选用根节点的关键重要度来描述节点的敏感性。根节点 x_i 故障程度为 $x_i^{a_i}$ 时关于叶节点 T 故障状态为 T_q 的关键重要度 $I_{T_q}^{C_r}(x_i = x_i^{a_i})$ 定义为

$$I_{T_q}^{C_r}(x_i = x_i^{a_i}) = \frac{P(x_i = x_i^{a_i}) \cdot I_{T_q}^{P_r}(x_i = x_i^{a_i})}{P(T = T_q)} \quad (15)$$

式中: K 为隶属度等于 1 时对应的失效可能性值。

3.3 模糊 CPT 的确定

通过以上方法获取根节点先验概率之后, 仍然需要确定其他节点 (中间节点和叶节点) 的条件概率表。节点处 CPT 通过专家调查法并经加权计算获得, 专家权重同文献[20]。

传统 BN 的条件概率表是由传统 FT 的逻辑门直接转化而来。因而传统 FT 的不足就限制了 BN 对事件状态和事件间联系的描述能力。而多态模糊 BN 可以结合专家实际经验和知识重新构造 CPT 来描述事件之间的联系, 并体现事件的多态性和事件间联系的不确定性。因而多态模糊 BN 的模糊 CPT 不仅能够表示多状态根节点的各种故障状态引起相应的子节点的各故障状态的条件概率, 而且能够描述事件间联系的不确定性。

3.4 正向推理预测事故发生概率

若已知根节点各故障状态的故障概率 $P(x_i^{a_i})$, 则根据 BN 的联合概率分布和正向推理算法, 应用桶消元法^[23]可求得叶节点 T 故障状态为 T_q ($q=1, 2, \dots, t$) 的发生概率, 具体如下:

若已知各根节点 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 的当前故障状态分别为 $x_1', x_2', \dots, x_n'$, 同理, 应用桶消元法可以求得叶节点 T 故障状态为 T_q 的发生概率为 $P(T = T_q)$, 具体如下:

式中: $I_{T_q}^{P_r}(x_i = x_i^{a_i})$ 为根节点 x_i 对叶节点 T 为 T_q 的概率重要度^[24]。综合考虑根节点各故障状态的关键重要度, 可以得到根节点 x_i 对叶节点 T 为 T_q 的关键重要度 $I_{T_q}^{C_r}(x_i)$:

$$I_{T_q}^{C_r}(x_i) = \frac{1}{k_i - 1} \sum_{a_i=1}^{k_i} I_{T_q}^{C_r}(x_i = x_i^{a_i}) \quad (16)$$

3.6 反向推理事故致因诊断

已知叶节点 T 故障状态为 T_q 的条件下, 结合贝叶斯条件概率公式进行反向推理可求得根节点 x_i 故障状态为 $x_i^{a_i}$ 的后验概率 $P(x = x_i^{a_i} | T = T_q)$ 为

$$P(x = x_i^{a_i} | T = T_q) = \frac{P(x = x_i^{a_i}, T = T_q)}{P(T = T_q)} \quad (17)$$

式中： $P(x=x_i^{a_i}, T=T_q)$ 为根节点 x_i 故障状态为 $x_i^{a_i}$ 与叶节点故障状态为 T_q 的联合概率。

4 工程应用

应用基于多态模糊 BN 的基坑坍塌可能性评价方法时应当遵循如下的思路：对于实际基坑开挖施工过程，若根据现场巡视、监测数据或者经验判断发现基坑支护结构变形陡增，坑周地表出现裂缝以及土方存在超挖等可导致基坑发生坍塌的迹象时，就需要启动该风险分析方法进行基坑坍塌风险预测和分析。首先，在收集大量相关文献资料的基础上，依据 FT 的分析流程，选择地铁车站基坑坍塌风险为顶事件，按照风险分解结构（RBS）的思路从致其发生的地质条件、外部施工扰动条件和围护系统状态 3 个方面出发建立基坑坍塌风险分析故障树。然后依据基于故障树的 BN 构造流程，将其转化为相应的 BN 模型。如图 5 所示，图中叶节点 T 表示基坑坍塌风险，中间节点 $y_1 \sim y_{16}$ 所对应的事件名称见表 2，根节点 $x_1 \sim x_{19}$ 所对应的事件名称见表 3。其次，根据收集的勘察设计资料及当前施工状态、环境资料和现场监测巡视结果对各根节点的发生概率和故障程度进行预判，然后采用 3.4 节所述基于 BN 的正向推理算法对基坑坍塌风险发生概率进行预测，并通过 3.5 节基于 BN 的敏感性分析方法计算各根节点的关键重要度以辨识关键致险因子，用于指导风险控制工作。最后，随着基坑施工过程的

推进，地质信息不断揭露，现场监测巡视信息不断反馈，这些信息都可以作为证据（根节点实际故障状态）输入到 BN 中进行概率更新计算以对基坑状态进行实时的动态安全风险评估。

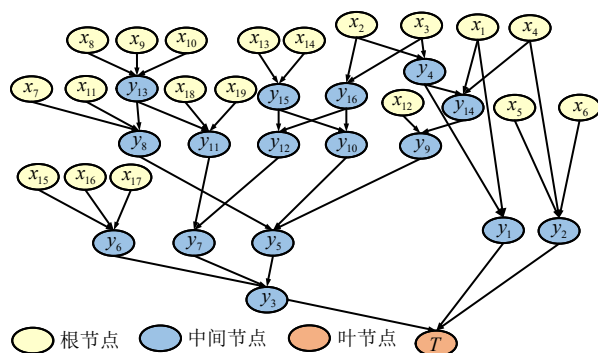


图5 地铁车站深基坑坍塌贝叶斯网络模型

Fig.5 Bayesian network model of deep foundation pit collapse of metro stations

表2 中间节点对应的事件

Table 2 Events corresponding to intermediate nodes

中间节点 y_i	事件名称	中间节点 y_i	事件名称
y_1	地质条件差	y_9	墙身被动侧抗力不足
y_2	开挖不规范	y_{10}	墙后压力增加
y_3	墙-撑围护系统失效	y_{11}	支撑强度或刚度不足
y_4	地层浸水软化	y_{12}	支撑承受轴力增加
y_5	地连墙失效	y_{13}	材质负偏差
y_6	墙-撑连接不规范	y_{14}	被动侧地层强度低
y_7	支撑失效	y_{15}	坑周超载严重
y_8	墙体强度或刚度不足	y_{16}	墙后水压力增加

表3 根节点符号、名称、专家评判语义值、聚合结果、失效可能性得分及失效概率

Table 3 Symbols, names, semantic values of expert evaluation, aggregation results, failure possibility scores and failure probability of root nodes

根节点	事件名称	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	模糊数的聚合	FPS	FFR
x_1	地层软弱	VL	VL	L	VL	VL	(0.000 00, 0.063 65, 0.227 30)	0.088 65	0.000 01
x_2	防水措施不起作用	L	VL	VL	VL	VL	(0.000 00, 0.022 57, 0.145 14)	0.047 57	0.000 00
x_3	降雨或管道漏水	H	H	VH	H	VH	(0.665 48, 0.865 48, 0.982 74)	0.844 79	0.049 19
x_4	超挖扰动严重	ML	M	ML	ML	M	(0.177 53, 0.377 53, 0.577 53)	0.377 53	0.001 91
x_5	收底时间过长	M	MH	MH	M	M	(0.377 53, 0.577 53, 0.777 53)	0.577 53	0.008 45
x_6	开挖顺序不合理	M	M	M	M	M	(0.300 00, 0.500 00, 0.700 00)	0.500 00	0.005 00
x_7	设计墙厚偏小	H	H	H	H	VH	(0.143 78, 0.343 78, 0.543 78)	0.343 78	0.001 40
x_8	配筋负偏差	ML	ML	ML	L	ML	(0.118 32, 0.300 80, 0.500 80)	0.305 18	0.000 94
x_9	混凝土材质负偏差	ML	ML	L	ML	L	(0.082 74, 0.265 48, 0.465 48)	0.269 76	0.000 62
x_{10}	钢筋材质负偏差	ML	ML	M	M	ML	(0.211 36, 0.411 36, 0.611 36)	0.411 36	0.002 55
x_{11}	支撑间距过大	VL	L	VL	VL	VL	(0.000 00, 0.063 65, 0.227 30)	0.088 65	0.000 01
x_{12}	墙入土深度不足	MH	H	MH	H	MH	(0.500 00, 0.700 00, 0.900 00)	0.700 00	0.018 41
x_{13}	坑周大量堆载	MH	H	MH	H	MH	(0.500 00, 0.700 00, 0.900 00)	0.700 00	0.018 41
x_{14}	施工机械超载通过	MH	MH	H	MH	MH	(0.465 94, 0.665 94, 0.865 94)	0.665 94	0.014 85
x_{15}	支撑架设不及时	H	H	MH	H	H	(0.588 89, 0.788 89, 0.944 44)	0.777 78	0.030 51
x_{16}	墙-撑连接不合理	VH	VH	VH	VH	VH	(0.810 64, 0.955 32, 1.000 00)	0.930 32	0.107 17
x_{17}	预应力施加不够	M	M	M	M	ML	(0.267 33, 0.467 33, 0.667 33)	0.467 33	0.003 95
x_{18}	设计截面偏小	L	L	ML	ML	ML	(0.083 43, 0.266 87, 0.466 87)	0.271 01	0.000 63
x_{19}	支撑强度设计负偏差	ML	ML	ML	L	ML	(0.134 06, 0.334 06, 0.534 06)	0.334 06	0.001 27

以下分别对南昌地铁前湖大道站明挖基坑^[25]和杭州地铁湘湖站“08.11.15 基坑坍塌事故”^[26]两个工程案例进行分析计算,以验证所提方法在地铁基坑施工坍塌可能性评价方面的可行性和可靠性。

4.1 工程案例 1

南昌地铁前湖大道站基坑总长为 223 m,宽为 20.2 m,深约为 16 m,基坑采用“地下连续墙+三道内支撑”,地连墙厚为 800 mm。因缺乏相关根节点故障概率数据,本文结合专家调查法、模糊理论及 SAM 方法获取各根节点先验故障概率,具体过程如下:①首先收集项目勘察、设计、施工以及现场调查数据资料供专家调查时做参考;②其次专家需结合实际经验及相关项目资料对照图 4 和表 1 给出各根节点故障状态为 1 时的模糊评判语义值;③然后收集所有专家的调查结果并采用 3.2 节所述方法处理得到各根节点故障状态为 1 时的模糊失效率(FFR)。以根节点 x_4 (超挖扰动严重)的聚合计算过程为例进行说明,见表 4,其余根节点采用同样方法处理并经去模糊化处理、模糊可能性得分转化为失效率得最终模糊失效率见表 3,且假设根节点故障状态为 0.5 和 1.0 的模糊失效率相同。④节点处的 CPT 是通过专家调查并经加权计算获得,专家权重同文献[20]。限于篇幅,仅列出了 BN 中间节点 y_6 的条件概率表作为示例,见表 5。其中,表 5 中第一行数字表示为:当根节点 x_{15} 、 x_{16} 和 x_{17} 故障程度均为 0 时,中间节点 y_6 故障程度为 0 的可能性为 1.0,为 0.5 和 1.0 的可能性为 0;其余各行数字含义可类似推出。

根据表 3 中根节点 x_{15} 、 x_{16} 和 x_{17} 的故障概率和中间节点 y_6 的条件概率表(见表 5),依据式(13),可求得中间节点 y_6 各种故障状态的故障概率分别如下:

$$P(y_6=0)=\sum_{x_{15},x_{16},x_{17}}P(x_{15},x_{16},x_{17};y_6=0)=$$

$$\sum_{x_{15},x_{16},x_{17}}P(y_6=0|x_{15},x_{16},x_{17})\times P(x_{15})\times P(x_{16})\times P(x_{17})=$$

$$0.785\ 12$$

同样,可得

$$P(y_6=0.5)=\sum_{x_{15},x_{16},x_{17}}P(x_{15},x_{16},x_{17};y_6=0.5)=$$

$$0.124\ 68$$

$$P(y_6=1.0)=\sum_{x_{15},x_{16},x_{17}}P(x_{15},x_{16},x_{17};y_6=1.0)=$$

$$0.090\ 20$$

表 4 根节点 x_4 的聚合计算

Table 4 Aggregate calculation of root node x_4

参数符号	数值	参数符号	数值
E_1	ML(0.1,0.3,0.5)	$w(E_1)$	0.264
E_2	M(0.3,0.5,0.7)	$w(E_2)$	0.236
E_3	ML(0.1,0.3,0.5)	$w(E_3)$	0.167
E_4	ML(0.1,0.3,0.5)	$w(E_4)$	0.180
E_5	M(0.3,0.5,0.7)	$w(E_5)$	0.153
S_{12}	0.8	$AA(E_1)$	0.900
S_{13}	1.0	$AA(E_2)$	0.850
S_{14}	1.0	$AA(E_3)$	0.900
S_{15}	0.8	$AA(E_4)$	0.900
S_{23}	0.8	$AA(E_5)$	0.850
S_{24}	0.8	$AA(E_1)$	0.900
S_{25}	1.0	$AA(E_2)$	0.850
S_{34}	1.0	$AA(E_3)$	0.900
S_{35}	0.8	$AA(E_4)$	0.900
S_{45}	0.8	$AA(E_5)$	0.850
$RA(E_1)$	0.204 55	$CC(E_1)$	0.234 22
$RA(E_2)$	0.193 18	$CC(E_2)$	0.214 65
$RA(E_3)$	0.204 55	$CC(E_3)$	0.185 61
$RA(E_4)$	0.204 55	$CC(E_4)$	0.192 55
$RA(E_5)$	0.193 18	$CC(E_5)$	0.172 98
$\tilde{R}_{AG}$	(0.177 53, 0.377 53, 0.577 53)	—	—

注: S_{uv} ($u=1,2,\dots,5$; $v=1,2,\dots,5$) 表示任意两个专家 E_u 和 E_v 的意见的相似度。

表 5 节点 y_6 的条件概率表(CPT)
Table 5 Conditional probability table
of intermediate node y_6

x_{15}	x_{16}	x_{17}	y_6		
			0.0	0.5	1.0
0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.5	0.0	0.9	0.1
0.0	0.0	1.0	0.0	0.5	0.5
0.0	0.5	0.0	0.0	0.8	0.2
0.0	0.5	0.5	0.0	0.6	0.4
0.0	0.5	1.0	0.0	0.2	0.8
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0
1.0	1.0	0.5	0.0	0.0	1.0
1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	1.0

以上结果表明,中间节点 y_6 出现中等和严重故障的概率均很小,而无故障的概率很大,该结果与现场实际情况非常相符。对其余中间节点 y_i 进行同样的计算,得到的结果均与实际情况相符合,这也验证了 BN 模型结构及参数的正确性和合理性。最后依据构建的基坑坍塌可能性评价 BN 模型,利用式(13),综合各根节点先验概率和其他节点的条

件概率表可以求得叶节点 T 各故障状态的发生概率分别为 $P(T=0)=0.740\ 26$, $P(T=0.5)=0.152\ 14$, $P(T=1)=0.107\ 60$ 。

上述结果表明, 前湖大道站基坑出现“中等”和“严重”坍塌的概率均很小(0.152 和 0.107), 与现场实际施工过程中的基坑状态非常吻合, 该基坑在整个开挖过程中基本未出现变形超限预警的情况, 地表最大沉降为 $-10.74\ \text{mm}$, 支护结构最大水平位移(含深部位移)仅为 $14.80\ \text{mm}$ 。这也验证了本文提出的多态模糊贝叶斯网络方法在地铁基坑坍塌可能性评价方面的可行性和正确性。

在实际施工过程中, 决策者一般更加关注哪些因素对基坑坍塌起到了重要作用。依据根节点重要度大小排序, 可以准确辨识关键致险因子, 通过在基坑开挖过程中重点控制这些关键点, 可有效降低安全事故发生概率。现利用式(16)求得根节点 x_i 对叶节点 T 故障状态为 0.5 和 1.0 时的关键重要度, 表 6 仅列出了对基坑坍塌影响较大的 5 个关键致险因子的关键重要度。

由表 6 可知, 当 $T=0.5$ (基坑处于“中等故障”状态) 时, 关键重要度最大的根节点为 x_{16} , 对预防基坑中度坍塌效果最明显, 因此在架设支撑时应严格按照设计要求进行墙-撑的合理连接。同时可依照以下次序进行故障排查: x_{16} 、 x_{15} 、 x_{12} 、 x_3 、 x_{13} 。同样由表 6 可知, 当 $T=1$ (基坑处于“严重故障”状态) 时, 关键重要度最大的根节点仍为 x_{16} , 则确保支撑和地连墙连接规范合理对预防严重基坑坍塌的效果最为明显, 同时可以按以下次序进行重点故障排查: x_{16} 、 x_{13} 、 x_{14} 、 x_{12} 、 x_{15} 。下面利用式(17)计算已知叶节点 T 故障发生的条件下, 根节点 x_i 的后验概率, 见表 7。由表 7 可知, 当基坑发生“严重”坍塌事故时, 发现根节点 x_{16} 、 x_{13} 、 x_{14} 的后验概率较大, 是最可能导致基坑发生严重坍塌的诱因组合。同时, 由于根节点的先验概率更新为后验概率, 据此可以对系统未来的故障状态进行进一步预测。

表 6 对基坑坍塌影响较大的根节点关键重要度
Table 6 Critical importance of root nodes which has a large impact on the collapse of a foundation pit

序号	重要根节点	$I_{0.5}^C(x_j)$	序号	重要根节点	$I_{1.0}^C(x_j)$
1	x_{16}	0.207	6	x_{16}	0.241
2	x_{15}	0.066	7	x_{13}	0.082
3	x_{12}	0.022	8	x_{14}	0.066
4	x_3	0.018	9	x_{12}	0.050
5	x_{13}	0.009	10	x_{15}	0.045

表 7 根节点后验概率
Table 7 Posterior probability of root nodes

根节点 x_i	$P(x_i=0.5 T=0.5)$		$P(x_i=1.0 T=1.0)$	
	0.5	1.0	0.5	1.0
x_1	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
x_2	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
x_3	0.053 1	0.066 9	0.057 2	0.084 0
x_4	0.003 5	0.002 7	0.004 1	0.011 5
x_5	0.012 7	0.015 9	0.011 4	0.015 6
x_6	0.008 8	0.011 3	0.006 9	0.013 1
x_7	0.005 3	0.001 0	0.003 2	0.011 2
x_8	0.001 5	0.000 1	0.004 6	0.008 8
x_9	0.001 2	0.000 0	0.003 4	0.005 8
x_{10}	0.005 0	0.000 2	0.013 5	0.023 5
x_{11}	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
x_{12}	0.037 0	0.041 8	0.042 0	0.093 2
x_{13}	0.040 9	0.011 3	0.049 4	0.151 0
x_{14}	0.032 8	0.009 1	0.040 4	0.122 0
x_{15}	0.099 2	0.087 6	0.049 0	0.091 9
x_{16}	0.330 0	0.288 0	0.144 0	0.302 0
x_{17}	0.013 1	0.011 6	0.006 7	0.012 2
x_{18}	0.001 5	0.000 2	0.002 0	0.005 5
x_{19}	0.003 5	0.000 3	0.004 6	0.011 0

4.2 工程案例 2

杭州地铁湘湖站基坑总长为 934.5 m, 宽为 20.5 m, 开挖深度为 15.7~16.3 m, 基坑采用“地下连续墙+4 道钢管内支撑支护”, 地连墙厚度为 800 mm, 嵌入基坑底面以下深度为 17.3 m。2008 年 11 月 15 日下午, 湘湖站北 2 基坑发生大面积坍塌, 造成 21 人死亡的悲剧。经调查^[26], 事故直接原因是基坑存在土方严重超挖现象, 支撑体系存在严重缺陷(墙-撑连接不合理)以及内支撑架设不及时, 且监测工作处于失效状态。以上因素共同作用, 致使基坑围护结构整体失效, 造成基坑发生坍塌, 酿成惨剧。

在根据勘察设计资料及当前施工状态、环境资料、现场巡视及监测数据对各根节点的当前故障程度进行预判后, 就可以将各根节点当前的实际故障状态作为证据输入到多态模糊 BN 模型中对基坑施工过程中的动态风险进行预测, 这将非常有利于基坑坍塌动态安全风险管理, 同时这也是故障树方法、可靠度方法等静态风险分析方法所不具备的。

现利用所构建的贝叶斯网络对杭州地铁湘湖站基坑坍塌事故进行模拟计算。假设通过勘察设计资料、现场巡视及监测反馈判断根节点“地层软弱 x_1 ”、“超挖扰动严重 x_4 ”、“开挖顺序不合理 x_6 ”、“支撑架设不及时 x_{15} ”及“墙-撑连接不合理 x_{16} ”当前处于故障状态, 且采用模糊数表示各根节点当前的实际故障状态, 见表 8。

表 8 根节点当前故障状态
Table 8 Current fault states of root nodes

序号	根节点 x'_i	故障状态	序号	根节点 x'_i	故障状态
1	x'_1	0.6	4	x'_{15}	0.8
2	x'_4	0.8	5	x'_{16}	0.8
3	x'_6	0.6	6	其余 x'_i	0.0

根据式 (1) 计算得表 9 中各根节点当前故障状态的隶属度, 其中左右模糊区 $f_l = f_r = 0.3$, 左右支撑半径 $s_l = s_r = 0.1$ 。

表 9 根节点故障状态的隶属度
Table 9 Membering degree of root node fault state

根节点 x'_i 故障状态	隶属度		
	0.0	0.5	1.0
$x'_1 = 0.6$	0	1	0
$x'_4 = 0.8$	0	1/3	2/3
$x'_6 = 0.6$	0	1	0
$x'_{15} = 0.8$	0	1/3	2/3
$x'_{16} = 0.8$	0	1/3	2/3
其余 $x'_i = 0$	1	0	0

根据表 9 和节点 y_6 的条件概率参数表, 利用式 (14), 可以得到中间节点 y_6 各种故障状态的发生概率:

$$P(y_6 = 0) = \sum_{x_{15}, x_{16}, x_{17}} P(x_{15}, x_{16}, x_{17}; y_6 = 0) = \sum_{x_{15}, x_{16}, x_{17}} P(y_6 = 0 | x_{15}, x_{16}, x_{17}) \times P(x_{15}) \times P(x_{16}) \times P(x_{17}) = 0.002\ 34$$

同样, 可得

$$P(y_6 = 0.5) = \sum_{x_{15}, x_{16}, x_{17}} P(x_{15}, x_{16}, x_{17}; y_6 = 0.5) = 0.052\ 54$$

$$P(y_6 = 1.0) = \sum_{x_{15}, x_{16}, x_{17}} P(x_{15}, x_{16}, x_{17}; y_6 = 1.0) = 0.945\ 12$$

由以上计算结果可知, 当“支撑架设不及时”且“墙-撑连接不合理”时, 墙-撑连接不规范出现严重故障的可能性非常大, 该结果与实际情况非常相符。根据表 9 和其他节点条件概率表, 同样利用式 (14) 依次计算可求得叶节点 T 各故障状态的发生概率: $P(T = 0) = 0.012\ 23$, $P(T = 0.5) = 0.150\ 24$, $P(T = 1) = 0.837\ 53$ 。

由上述分析可知, 该基坑出现严重坍塌的可能性约为 0.8, 极有可能发生严重坍塌事故。因此, 当

基坑土方存在严重超挖且支撑架设不及时, 同时墙-撑连接又不合理的情况下, 基坑发生坍塌的可能性极大, 施工过程中应引起足够的重视, 应当严格遵守“分层、分段、对称、平衡、适时”的土方开挖原则, 严禁超挖并及时架设支撑, 确保墙-撑连接规范合理。以上计算结果既验证了专家对杭州地铁坍塌事故的原因分析, 同时也验证了本文所提方法对基坑坍塌风险进行动态分析的可行性和可靠性。

5 结 论

(1) 提出了一种基于多态模糊 BN 的地铁车站深基坑可靠性分析方法, 并采用 SAM 方法对专家调查所获数据进行有效处理以保证其可靠性。该方法分别用模糊数和模糊子集描述事件的多态性和模糊性, 考虑了事件不同故障状态对基坑坍塌的影响以及降低了获取 BN 节点精确概率值的难度, 运用模糊 CPT 描述事件间的逻辑关系, 解决了事件间联系的不确定性。

(2) 基于多态模糊 BN 分析方法能够充分挖掘专家知识和经验数据, 可以解决信息模糊及数据缺乏的问题, 同时能够通过 BN 正向推理实现基坑施工过程中的实时动态风险分析, 而且可以根据敏感性分析结果辨识关键致险因子以指导风险控制工作, 这将十分有利于基坑坍塌动态安全风险管理和控制。

(3) 应用基于多态模糊 BN 的基坑坍塌可能性评价方法分别对南昌地铁前湖大道站和杭州地铁湘湖站两个地铁车站基坑进行了分析, 得到的结果与实际情况相吻合, 验证了该评价方法的可靠性, 可作为基坑施工安全风险管理的决策工具。

参 考 文 献

- [1] 胡群芳, 秦家宝. 2003—2011 年地铁隧道施工事故统计分析[J]. 地下空间与工程学报, 2013, 9(3): 705-710.
HU Qun-fang, QIN Jia-bao. Statistical analysis on accidents of subway tunnel construction from 2003 to 2011 in China[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013, 9(3): 705-710.
- [2] 李凤伟, 杜修力, 张明聚. 地铁工程建设施工事故统计分析[J]. 地下空间与工程学报, 2014, 10(2): 474-479.
LI Feng-wei, DU Xiu-li, ZHANG Ming-ju. Statistical analysis of accidents in metro construction[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10(2): 474-479.
- [3] 周红波, 高文杰, 蔡来炳, 等. 基于 WBS-RBS 的地铁

- 基坑故障树风险识别与分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(09): 2703-2707.
- ZHOU Hong-bo, GAO Wen-jie, CAI Lai-bing, et al. Risk identification and analysis of subway foundation pit by using fault tree analysis method based on WBS- RBS[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(9): 2703-2707.
- [4] YOU K, PARK Y, LEE J S. Risk analysis for determination of a tunnel support pattern[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2005, 20(5): 479-486.
- [5] 兰守奇, 张庆贺. 基于模糊理论的深基坑施工期风险评估[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 648-652.
- LAN Shou-qi, ZHANG Qing-he. Risk assessment of deep excavation during construction based on fuzzy theory[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(4): 648-652.
- [6] 刘俊伟, 尚文昌, 于秀霞, 等. 基于模糊评判理论的深基坑施工风险评价[J]. 地下空间与工程学报, 2016, 12(3): 825-830.
- LIU Jun-wei, SHANG Wen-chang, YU Xiu-xia, et al. Risk assessment on deep excavation construction based on fuzzy evaluation theory[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2016, 12(3): 825-830.
- [7] 李典庆, 鄢丽丽, 邵东国. 基于贝叶斯网络的土石坝可靠性分析[J]. 武汉大学学报(工学版), 2007, 40(6): 24-29.
- LI Dian-qing, YAN Li-li, SHAO Dong-guo. Reliability evaluation of earth-rock dams using Bayesian network[J]. **Journal of Wuhan University (Engineering Edition)**, 2007, 40(6): 24-29.
- [8] SOUSA R L, EINSTEIN H H. Risk analysis during tunnel construction using Bayesian networks: Porto metro case study[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2012, 27(1): 86-100.
- [9] 周红波. 基于贝叶斯网络的深基坑风险模糊综合评估方法[J]. 上海交通大学学报, 2009, 43(9): 1473-1479.
- ZHOU Hong-bo. Risk assessment of deep foundation pit by using fuzzy comprehensive evaluation method based on Bayesian networks[J]. **Journal of Shanghai Jiaotong University**, 2009, 43(9): 1473-1479.
- [10] 黄建华, 杨思, 吴波. 基于贝叶斯网络的基坑围护工程施工风险评估[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(5): 733-739.
- HUANG Jian-hua, YANG Si, WU Bo. Construction risk assessment of foundation pit engineering based on methods of Bayesian network[J]. **Journal of Wuhan University (Engineering Edition)**, 2016, 49(5): 733-739.
- [11] REN J, JENKINSON I, WANG J, et al. An offshore risk analysis method using fuzzy Bayesian network[J]. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, 2009, 131(4): 1-12.
- [12] 陆莹, 李启明, 周志鹏. 基于模糊贝叶斯网络的地铁运营安全风险预测[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2010, 40(05): 1110-1114.
- LU Ying, LI Qi-ming, ZHOU Zhi-peng. Safety risk prediction of subway operation based on fuzzy Bayesian network[J]. **Journal of Southeast University(Natural Science Edition)**, 2010, 40(5): 1110-1114.
- [13] 陈东宁, 姚成玉. 基于模糊贝叶斯网络的多态系统可靠性分析及在液压系统中的应用[J]. 机械工程学报, 2012, 48(16): 175-183.
- CHEN Dong-ning, YAO Cheng-yu. Reliability analysis of multi-state system based on fuzzy Bayesian networks and application in hydraulic system[J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2012, 48(16): 175-183.
- [14] ZHANG L M, WU X G, QIN Y W, et al. Towards a fuzzy Bayesian network based approach for safety risk analysis of tunnel-induced pipeline damage[J]. **Risk Analysis**, 2016, 36(2): 278-301.
- [15] SUN J L, LIU B G, CHU Z F, et al. Tunnel collapse risk assessment based on multistate fuzzy Bayesian networks[J]. **Quality and Reliability Engineering International**, 2018, 34(8): 1646-1662.
- [16] 周忠宝, 董豆豆, 周经伦. 贝叶斯网络在可靠性分析中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2006(6): 95-100.
- ZHOU Zhong-bao, DONG Dou-dou, ZHOU Jing-lun. Application of Bayesian networks in reliability analysis[J]. **System Engineering Theory and Practice**, 2006(6): 95-100.
- [17] BOBBIO A, PORTINALE L, MINICHINO M, et al. Improving the analysis of dependable systems by mapping fault trees into Bayesian networks[J]. **Reliability Engineering and System Safety**, 2001, 71(3): 249-260.
- [18] 马德仲, 周真, 于晓洋, 等. 基于模糊概率的多状态贝叶斯网络可靠性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(12): 2607-2611.
- MA De-zhong, ZHOU Zhen, YU Xiao-yang, et al. Reliability analysis of multi-state Bayesian networks based on fuzzy probability[J]. **Systems Engineering and Electronic Technology**, 2012, 34(12): 2607-2611.